Determinarea c.m.m.d.c. și a c.m.m.m.c.

Tipul lecției: Fixarea și consolidarea cunoştinţelor

Competenţe generale şi specifice:

CG. 2. Prelucrarea unor date matematice de tip cantitativ, calitativ, structural, cuprinse în diverse surse informaționale

CS. 2.1. Evidenţierea în exemple a relaţiilor de apartenenţă, de incluziune, de egalitate şi a criteriilor de divizibilitate cu 2, 5, 10^n, 3 şi 9 în $\mathbb{N}$

CG. 3. Utilizarea conceptelor şi a algoritmilor specifici în diverse contexte matematice

CS. 3.1. Utilizarea unor modalităţi adecvate de reprezentare a mulţimilor şi de determinare a c.m.m.d.c. şi a c.m.m.m.c.

Rețineți!

Definiție: Cel mai mare divizor comun (c.m.m.d.c.) a două numere naturale *a* și *b*, notat *(a,b),* este cel mai mare număr natural care divide numerele date.

Cum aflăm c.m.m.d.c.?

- se descompun numerele în produs de puteri de numere prime;
- se iau toți factorii primi comuni, o singură dată, la puterea cea mică și se înmulțesc între ei.

Exemplu:

$$24 = 2^3 \cdot 3$$
$$36 = 2^2 \cdot 3^2$$
$$(24, 36) = 2^2 \cdot 3 = 12$$

Definiție: Cel mai mic multiplu comun (c.m.m.m.c.) a două numere naturale *a* și *b*, notat *[a,b],* este cel mai mic număr natural diferit de zero, care este divizibil cu *a* și *b*.

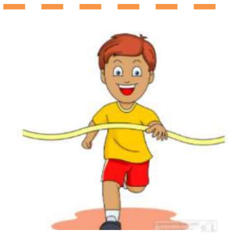
Cum aflăm c.m.m.m.c.?

- se descompun numerele în produs de puteri de numere prime;
- se iau factorii primi comuni și necomuni, o singură dată, la puterea cea mare și se înmulțesc între ei.

Exemplu:

$$20 = 2^2 \cdot 5$$
$$16 = 2^4$$
$$[16,20] = 2^4 \cdot 5 = 80$$

Ce relație există între c.m.m.d.c. și c.m.m.m.c. a două numere naturale?



$$\boxed{(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}) \cdot [\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}] = \boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b}}$$

Exemplu: Fie $\boldsymbol{a = 150 = 2 \cdot 3 \cdot 5^2}$ și $\boldsymbol{b = 98 = 2 \cdot 7^2}$

$(150,98) = 2$

$[150,98] = 2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7^2 = 7350$

Avem: $150 \cdot 98 = 14700 = 2 \cdot 7350$

Deci: $150 \cdot 98 = (150,98) \cdot [150,98]$

Aplicații

Nivel 1

1. Cel mai mare divizor comun al numerelor **36** și **54** este ... .

2. Cel mai mic multiplu comun al numerelor **24** și **36** este ... .

3. Cifra nenulă x pentru care $(\overline{3x}, 60) = 4$ este ... .

Nivel 2

1. Trei autobuze pleacă în același timp dintr-o stație. Primul revine în stație din 2 în 2 ore, al doilea din 3 în 3 ore, iar al treilea din 8 în 8 ore. Cele trei autobuze se vor întâlni în stație după ... .

2. Fiind date două numere naturale nenule a și b, știind că $a \cdot b = 19440$ și $(a, b) = 18$, atunci $[a,\ b] =$ ... .

3. Câte numere naturale de forma $\overline{xy}, x \neq 0$ îndeplinesc condiția: $[\overline{xy},\ 20] = 100$?

Nivel 3

1. Aflați cel mai mare număr natural n cu proprietatea că numerele **453, 565** și **731** împărțite la n dau resturile **33, 5**, respectiv **31**.

2. Determinați cel mai mic număr natural n care împărțit la **14, 21** și **28** dă resturile **9, 16,** respectiv **23.**

3. Se dă numărul $A = 36 \cdot 18^{n+1} - 2^n \cdot 9^{n+1} - 3^{n+2} \cdot 6^{n+2},\ n \in \mathbb{N}$. Aflați c.m.m.m.c. al numerelor obținute pentru $n = 0$ și $n = 1$.