

Pozițiile relative a două plane. Plane paralele

Tipul lecției: Lecție de însușire de noi cunoștințe

Competențe generale și specifice:

CG 1. Identificarea unor date, mărimi și relații matematice, în contextul în care acestea apar

CS 1.4. Identificarea unor figuri plane sau a unor elemente caracteristice acestora în configurații spațiale date

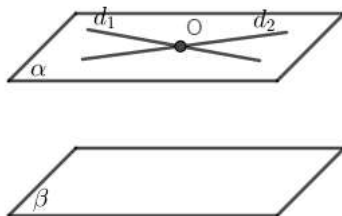
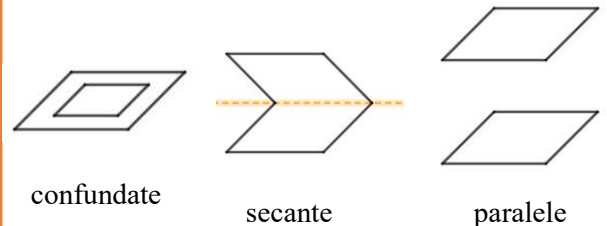
CG 2. Prelucrarea unor date matematice de tip cantitativ, calitativ, structural, cuprinse în diverse surse informaționale

CS 2.4. Reprezentarea, prin desen sau prin modele, a unor configurații spațiale date

Rețineți!

Două plane pot avea una dintre următoarele trei poziții relative:

- **confundate** – au în comun trei puncte necoliniare;
- **secante** – au în comun o dreaptă și numai una;
- **paralele** – nu au niciun punct comun.



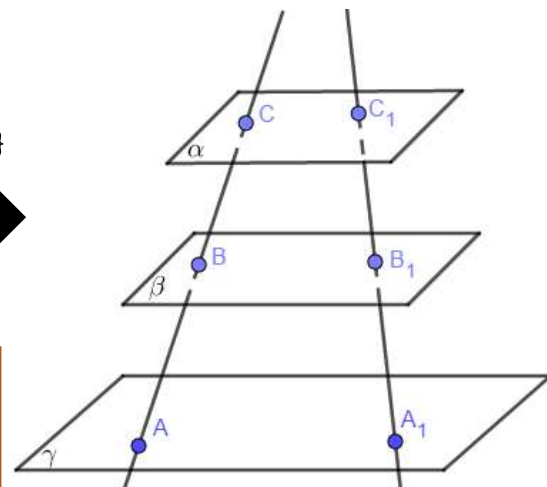
Criteriul de paralelism: Dacă un plan α conține două drepte concurente paralele cu un plan β , atunci planele α și β sunt paralele.

$$\alpha \parallel \beta \parallel \gamma$$

$$d \cap \alpha = \{A\}, d \cap \beta = \{B\}, d \cap \gamma = \{C\}$$

$$d \cap \alpha = \{A_1\}, d \cap \beta = \{B_1\}, d \cap \gamma = \{C_1\}$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1}$$



Teorema lui Thales în spațiu:

Trei sau mai multe plane paralele determină pe două drepte oarecare, pe care le intersectează, segmente respectiv proporționale.

Teorema „fierăstrăului”: Dacă două plane paralele α și β sunt intersectate de un plan γ după dreptele a și b , atunci dreptele a și b sunt paralele.

Teorema „acoperișului”:

Dacă dreptele paralele a și b sunt conținute în planele α și, respectiv β , secante după dreapta c , atunci $a \parallel c \parallel b$.

Aplicații



Nivel 1

În tetraedrul $DABC$ notăm cu M , N și P mijloacele muchiilor AB , AC , respectiv AD .
Stabiliți poziția planelor (MNP) și (BCD) .



Nivel 2

$ABB'A'$ este un trapez cu bazele $A'B'$ și AB , iar $BB'C'C$ un paralelogram, unde A , B , C și B' sunt puncte necoplanare. Stabiliți poziția planelor $(A'B'C')$ și (ABC) .



Nivel 3

Se dau trei plane paralele α , β , γ (în această ordine), cu punctele A și B în planul α , iar C și D în planul β . Dreptele AC , BC , BD și AD intersectează planul γ în punctele M , N , P și, respectiv, Q . Stabiliți natura patrulaterului $MNPQ$.