Ecuația de forma $ax^2 + bx + c = 0$, unde a, b, c sunt numere reale, $a \neq 0$

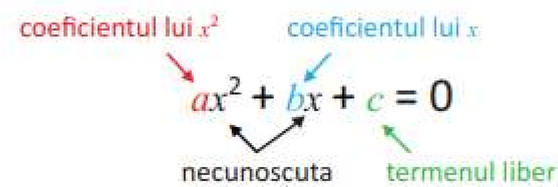
Tipul lecției: Lecție de consolidare a cunoștințelor

Competențe generale și specifice:
CG 3. Utilizarea conceptelor și a algoritmilor specifici în diverse contexte matematice
CS 3.2. Utilizarea formulelor de calcul prescurtat și a unor algoritmi pentru rezolvarea ecuațiilor și a inecuațiilor
CG 5. Analizarea caracteristicilor matematice ale unei situații date
CS 5.2. Interpretarea unei situații date utilizând calcul algebric

Rețineți!

Definiție: O ecuație de forma $ax^2 + bx + c = 0$, unde $a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$ se numește **ecuație de gradul al doilea cu necunoscuta *x***. Numerele *a*, *b* și *c* sunt **coeficienții ecuației.**

A rezolva o ecuație de forma $ax^2 + bx + c = 0$ înseamnă să îi găsim toate soluțiile.



Metode de rezolvare a ecuației:

Caz 1. $c = 0$

Ecuația devine: $ax^2 + bx = 0$.

- Se scoate factor comun: $x \cdot (ax + b) = 0$.
- Se egalează fiecare factor cu 0: $x = 0$ sau $ax + b = 0$.

Mulțimea soluțiilor: $S = \left\{0; -\frac{b}{a}\right\}$.

Caz 2. $b = 0$

Ecuația devine: $ax^2 + c = 0$.

- Se împarte ecuația prin a: $x^2 + \frac{c}{a} = 0$.
- Se separă termenii: $x^2 = -\frac{c}{a}$, unde $-\frac{c}{a} > 0$ pentru ca ecuația să aibă soluții.

Mulțimea soluțiilor: $S = \left\{\sqrt{-\frac{c}{a}}; -\sqrt{-\frac{c}{a}}\right\}$.

Caz 3. $b \neq 0$ și $c \neq 0$

Ecuația devine: $ax^2 + bx + c = 0$.

- Se calculează discriminantul ecuației: $\Delta = b^2 - 4ac$.
  - Dacă $\Delta < 0$ => ecuația nu are soluții reale.
  - Dacă $\Delta = 0$ => $x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$.
  - Dacă $\Delta > 0$ => $x_1, x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$.

Exemplu: $2x^2 + 7x - 4 = 0$

Se identifică coeficienții:

$$a = 2; \quad b = 7; \quad c = -4$$

Se calculează discriminantul:

$$\Delta = 7^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-4) = 81$$

Se calculează soluțiile ecuației:

$$x_1, x_2 = \frac{-7 \pm \sqrt{81}}{2 \cdot 2} \Rightarrow \begin{array}{l} x_1 = \frac{-7+9}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \\ x_2 = \frac{-7-9}{4} = \frac{-16}{4} = -4 \end{array}$$

Aplicații

Nivel 1

1. Mulțimea soluțiilor ecuației $x^2+4x+3=0$ este $S=\{\ldots\ldots\ldots\ldots\}$.

2. Scrieți ecuația de gradul al doilea $ax^2+bx+c=0$ pentru $a=-2, b=-7$ și $c=3.$

3. Câte soluții reale are ecuația $6x^2-5x+3=0$?

Nivel 2

1. Este $x=1-\sqrt{2}$ soluție a ecuației $x^2-3x-\sqrt{2}=0$?

2. Determinați numărul real m pentru care $x = 2$ este soluție a ecuației:

$$-2x^2+5x+3m+13=0.$$

3. Scrieți o ecuație de forma $ax^2+bx+c=0$ cu coeficienți întregi care să aibă soluțiile: $x_1=1$ și $x_2=7$.

Nivel 3

1. Mulțimea soluțiilor ecuației $\frac{5x-3}{x-1}=\frac{2x+26}{x+2}$ este $S=\{\ldots\ldots\ldots\}$.

2. Determinați numerele reale m și n pentru care ecuațiile $x^2-5x+6=0$ și $-3x^2+(m+6)x=n$ sunt echivalente.

3. Rezolvați ecuația $x^4-10x^2+9=0$.