

# Proprietăți ale divizibilității în mulțimea numerelor naturale

Tipul lecției: Fixarea și consolidarea cunoștințelor

Competențe generale și specifice:

CG. 1. Identificarea unor date, mărimi și relații matematice, în contextul în care acestea apar

CS. 1.1. Identificarea unor noțiuni specifice mulțimilor și relației de divizibilitate în  $\mathbb{N}$

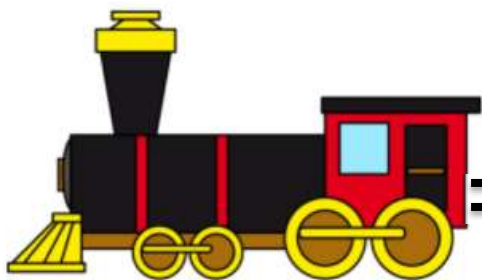
CG. 2. Prelucrarea unor date matematice de tip cantitativ, calitativ, structural, cuprinse în diverse surse informaționale

CS. 2.1. Evidențierea în exemple a relațiilor de apartenență, de incluziune, de egalitate și a criteriilor de divizibilitate cu 2, 5,  $10^n$ , 3 și 9 în  $\mathbb{N}$

CG. 3. Utilizarea conceptelor și a algoritmilor specifici în diverse contexte matematice

CS. 3.1. Utilizarea unor modalități adecvate de reprezentare a mulțimilor și de determinare a c.m.m.d.c. și a c.m.m.m.c

**Rețineți!**



## Proprietatea 1.

$1 \mid a$ , oricare ar fi numărul natural  $a$

**Exemplu:**  $1 \mid 305$ ;  $1 \mid 97$ ;  $1 \mid 8$

## Proprietatea 3. (antisimetria)

$a \mid b$  și  $b \mid a \Rightarrow a = b$ , unde  $a, b \in \mathbb{N}$

**Exemplu:** Dacă  $n \mid 12$  și  $12 \mid n \Rightarrow n = 12$ ,  $n \in \mathbb{N}$

## Proprietatea 2. (reflexivitatea)

$a \mid a$ , oricare ar fi numărul natural  $a$

**Exemplu:**  $495 \mid 495$ ;  $97 \mid 97$

## Proprietatea 4. (tranzitivitatea)

$a \mid b$  și  $b \mid c \Rightarrow a \mid c$ , unde  $a, b, c \in \mathbb{N}$

**Exemplu:**  $3 \mid 15$  și  $15 \mid 45$ , atunci  $3 \mid 45$

## Proprietatea 5.

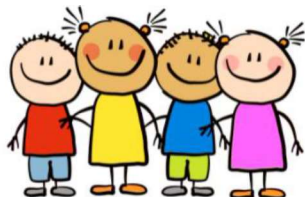
$d \mid b$  și  $d \mid c \Rightarrow d \mid (b \pm c)$ , unde  $d, b, c \in \mathbb{N}$

**Exemplu:**  $4 \mid 48$  și  $4 \mid 16$ , atunci  $4 \mid 64$  sau  $4 \mid 32$

## Proprietatea 6.

$a \mid bc$  și  $(a, b) = 1 \Rightarrow a \mid c$ , unde  $a, b, c \in \mathbb{N}$

**Exemplu:**  $7 \mid 14 \cdot 5$  și  $(7, 5) = 1 \Rightarrow 7 \mid 14$



## Aplicații

---



### Nivel 1

---

1. Câte numere naturale de forma  $\overline{ab}$  cu proprietatea că  $\overline{ab} \mid \overline{ba}$  și  $\overline{ba} \mid \overline{ab}$ , unde  $a$  și  $b$  sunt două cifre nenule există?
2. Determinați cel mai mic număr natural  $x$  de patru cifre distincte cu proprietatea că:  
 $3 \mid (7152 + x)$ .
3. Aflați numerele naturale  $n$  pentru care  $\frac{3n+1}{n} \in \mathbb{N}$ .



### Nivel 2

---

1. Dacă  $a$  și  $b$  sunt numere naturale prime, atunci  $d = (a + b, a - b) = \dots$ .
2. Numerele naturale prime  $x$  și  $y$  îndeplinesc condiția  $9x + 5y = 60$ . Atunci  $x + y = \dots$ .
3. Cardinalul mulțimii  $A = \{n \in \mathbb{N} \mid n \mid 3n + 14 \text{ și } n \mid 7n + 30\}$  este  $\dots$ .



### Nivel 3

---

1. Determinați cea mai mare valoare a lui  $n \in \mathbb{N}$  astfel încât  $3^n \mid A$ , unde  $A = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 26$ .
2. Determinați  $x \in \mathbb{N}$  astfel încât  $(2x - 1) \mid (4x + 5)$ .
3. Determinați câte perechi de numere naturale  $(x, y)$  există, știind că  $x$  și  $y$  verifică egalitatea  $xy - x = 13$ .