Inecuații de forma $ax + b \geq 0$ ($\leq, <, >$), unde $a, b \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$

Tipul lecției: Lecție de însușire de noi cunoștințe

Competențe generale și specifice:
C.G. 1. Identificarea unor date, mărimi și relații matematice, în contextul în care acestea apar
C.S. 1.1. Recunoașterea apartenenței unui număr real la o mulțime
C.G. 2. Prelucrarea unor date matematice de tip cantitativ, calitativ, structural, cuprinse în diverse surse informaționale
CS 2.1. Efectuarea unor operații cu intervale numerice reprezentate pe axa numerelor sau cu mulțimi definite printr-o proprietate a elementelor ei
C.G. 3. Utilizarea conceptelor și a algoritmilor specifici în diverse contexte matematice
CS 3.1. Utilizarea unor procedee matematice pentru operații cu intervale și rezolvarea inecuațiilor în $\mathbb{R}$
C.G. 4. Exprimarea în limbajul specific matematicii a informațiilor, concluziilor și demersurilor de rezolvare pentru o situație dată
CS 4.1. Folosirea terminologiei aferente noțiunilor de mulțime, de interval numeric și de inecuații

Rețineți!

Relațiile de tipul $ax + b > 0$, $ax + b < 0$, $ax + b \geq 0$, $ax + b \leq 0$, unde a, b sunt numere reale și $a \neq 0$, se numesc inecuații cu necunoscuta x.

A rezolva o inecuație de forma celor de mai sus înseamnă a determina toate valorile necunoscutei x dintr-un domeniu D $\subset \mathbb{R}$ care verifică inegalitatea dată de inecuație.

Două inecuații cu aceeași mulțime a soluțiilor se numesc inecuații echivalente.

coeficientul necunoscutei
necunoscuta
termenul liber

$$\boldsymbol{a \cdot x + b \leq 0}$$

Inecuații de tipul $\frac{a}{bx+c} > 0$ ($\geq, <, \leq$), unde $a, b \in \mathbb{R}^*$, $c \in \mathbb{R}$

Caz 1. $a > 0$, atunci $bx + c < 0$

Caz 2. $a < 0$, atunci $bx + c > 0$

Algoritmul de rezolvare al inecuației $ax + b > 0$

Exemplu: $5x + 10 > 0$

Pasul 1.
Se adună în ambii membri $-b$ și se obține $ax > -b$
Exemplu: $5x > -10$

Pasul 2.
Se împart ambii membri prin coeficientul necunoscutei, ținând cont dacă acesta este pozitiv sau negativ.
- Dacă $a > 0$, atunci $x > -\frac{b}{a}$
- Dacă $a < 0$, atunci $x < \frac{b}{a}$

Exemplu: $x > -2$

Pasul 3.
Se scrie mulțimea soluțiilor inecuației folosindu-ne de axa numerelor.
Exemplu: $x \in (-2, \infty)$

Inecuațiile de forma $ax + b \geq 0$ ($<, \leq$) se rezolvă în mod asemănător.

Aplicații

Nivel 1

1. Fie mulțimea $M = \{-3^{10}, \sqrt{2021}, 2021, 2^{11}\}$. Care dintre elementele mulțimii M nu sunt soluții ale inecuației $x \leq 2021$?

2. Mulțimea soluțiilor reale ale inecuației $\mathbf{2x + 3 \leq 13}$ este ... .

3. Dacă $\mathbf{x + 2 \in [-2, 1)}$, atunci $x \in \ldots$.

Nivel 2

1. Aflați mulțimea valorilor reale ale lui x cu proprietatea că $\mathbf{\frac{2x-3}{5} \in (-\infty, 7)}$.

2. Determinați valorile reale ale lui x pentru care radicalul $\sqrt{\mathbf{\frac{6x+24}{5}}}$ este definit.

3. Aflați cel mai mic număr întreg care verifică inecuația $\mathbf{\frac{x}{3} < \frac{x+1}{2}}$.

Nivel 3

1. Rezolvând în $\mathbb{R}$ inecuația $\mathbf{\frac{3-\sqrt{5}}{3x\sqrt{5}-\sqrt{180}} \leq 0}$, mulțimea soluțiilor este ...

2. Mulțimea soluțiilor inecuației $\mathbf{|2x - 3| > 5}$ este ...

3. Lățimea unui dreptunghi este cu 3 cm mai mică decât $\frac{3}{5}$ din lungime, iar perimetrul este mai mic decât 90 cm. Precizați intervalul în care se găsește lungimea dreptunghiului.