

Ecuatii de forma $x^2 = a$, unde $a \in \mathbb{R}$

Tipul lecției: Lecție de consolidare a cunoștințelor

Competențe generale și specifice:

CG 3. Utilizarea conceptelor și a algoritmilor specifici în diverse contexte matematice

CS 3.1. Utilizarea unor algoritmi și a proprietăților operațiilor în efectuarea unor calcule cu numere reale

CG 5. Analizarea caracteristicilor matematice ale unei situații date

CS 5.1. Elaborarea de strategii pentru rezolvarea unor probleme cu numere reale

CG 6. Modelarea matematică a unei situații date, prin integrarea achizițiilor din diferite domenii

CS 6.1. Modelarea matematică a unor situații practice care implică operații cu numere reale

Rețineți!

A rezolva o ecuație de forma $x^2 = a$, cu $a \in \mathbb{R}$, în mulțimea $P \subseteq \mathbb{R}$, înseamnă a determina toate valorile $x_0 \in P$ pentru care propoziția $x_0^2 = a$ este adevărată.

Valorile găsite, dacă există, se numesc **soluții ale ecuației**, iar mulțimea lor, notată de obicei cu S , se numește **mulțimea soluțiilor ecuației**.

Rezolvarea ecuației $x^2 = a$, $a \in \mathbb{R}$ necesită analiza a trei cazuri:

- dacă $a < 0$, atunci $S = \emptyset$, deoarece $x^2 \geq 0 > a$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$;
- dacă $a = 0$, atunci ecuația devine $x^2 = 0$, având soluție unică $x = 0$. Deci, $S = \{0\}$.
- dacă $a > 0$, atunci ecuația $x^2 = a$ se poate scrie sub forma $x^2 - a = 0$, adică $(x - \sqrt{a})(x + \sqrt{a}) = 0$, având soluțiile: $x_1 = -\sqrt{a}$ și $x_2 = \sqrt{a}$, adică $S = \{-\sqrt{a}, \sqrt{a}\}$.

Exemple:

- $x^2 = -3$ nu are soluții reale $\Rightarrow S = \emptyset$
- $x^2 = 4 \Rightarrow x_1 = \sqrt{4} = 2$ sau $x_2 = -\sqrt{4} = -2$
- $x^2 = 108 \Rightarrow x_1 = \sqrt{108} = 6\sqrt{3}$ sau $x_2 = -\sqrt{108} = -6\sqrt{3}$



Aplicații



Nivel 1

1. Rezolvați pe mulțimea numerelor reale ecuația $x^2 = 16$.
2. Rezolvați pe mulțimea numerelor reale ecuația $x^2 = 2,89$.
3. Rezolvați pe mulțimea numerelor reale ecuația $2x^2 = 72$.



Nivel 2

1. Rezolvați pe mulțimea numerelor reale ecuația $4x^2 - 9 = 0$.
2. Rezolvați pe mulțimea numerelor reale ecuația $4x^2 + 5 = 30$.
3. Rezolvați pe mulțimea numerelor reale ecuația $\frac{2x}{0,45} = \frac{10}{x}$.



Nivel 3

1. Aria unui dreptunghi este de 288 cm^2 . Calculați perimetrul acestuia, știind că, lungimea (L) este dublul lățimii (l).
2. Rezolvați pe mulțimea numerelor reale ecuația $\frac{x}{1+5\frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{5 \cdot (-4)^2 + 4^0}}{x}$.
3. Rezolvați pe mulțimea numerelor reale ecuația $53x^2 - 1 = 4 + 7 + 11 + \dots + 52$.