# Relații între mulțimi. Mulțimi finite și mulțimi infinite.

**Tipul lecției:** Însușire de noi cunoștințe

**Competențe generale și specifice:**
**CG. 1. Identificarea unor date, mărimi și relații matematice, în contextul în care acestea apar**
**CS. 1.1**. Identificarea unor noţiuni specifice mulţimilor și relației de divizibilitate în $\mathbb{N}$
**CG 2. Prelucrarea unor date matematice de tip cantitativ, calitativ, structural, cuprinse în diverse surse informaționale**
**CS 2.1.** Evidenţierea în exemple a relaţiilor de apartenenţă, de incluziune, de egalitate și a criteriilor de divizibilitate cu 2, 5, $10^n$ , 3 și 9 în $\mathbb{N}$

## Rețineți!

Două mulțimi $A$ și $B$ se numesc **egale** dacă au aceleași elemente. Notăm: $A = B$. Dacă mulțimile $A$ și $B$ nu sunt egale, notăm $A \neq B$.

**Exemple:**

a) $C = D$, unde $C = \{1, 2, 4,8\}$ și $D = \{2^0, 2^1, 2^2, 2^3\}$
b) $G \neq H$, unde $G = \{x \mid x \in D_3\}$ și $H = \{x \mid x \in D_5\}$

Fie $A$ și $B$ două mulțimi.

**$A$ este inclusă în $B$** dacă orice element al mulțimii $A$ este și element al mulțimii $B$. Se scrie $A \subset B$. Se mai spune că **$B$ include pe $A$** și se scrie $B \supset A$. În acest caz se spune despre $A$ că este o **submulțime** a lui $B$.

Dacă **$A$ nu este inclusă în $B$**, adică $A$ nu este submulțime a lui $B$, notăm $A \not\subset B$ (citim „$A$ nu este inclus în $B$”) sau $B \not\supset A$ (citim „$B$ nu include pe $A$”).

**Exemple:**

a) $M \subset N$, unde $M = \{1, 2, 5\}$ și $N = \{0, 1, 2, 5, 7\}$
b) $X \supset Y$, unde $X = \{x \mid x \text{ este cifră}\}$ și
$Y = \{x \mid x \text{ este cifră pară}\}$
c) $P \not\subset Q$, unde $P = \{1, 2\}$ și $Q = \{2, 3, 5\}$

**Reținem că:**

- $\emptyset$ este submulțime a oricărei mulțimi.
- Orice mulțime este inclusă în ea însăși.
- Dacă $A \subseteq B$ și $B \subseteq A$, atunci $A = B$.

O **mulțime finită** este o mulțime care are un număr finit de elemente. Numărul de elemente al unei mulțimi finite $A$ se numește **cardinalul mulțimii $A$** și se notează **card $A$**.
**Exemplu:** $D_n$ – mulțimea divizorilor numărului natural $n$.
O **mulțime infinită** este o mulțime care are un număr infinit de elemente.
**Exemplu:** $M_n$ – mulțimea multiplilor numărului natural $n$.
$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ - mulțimea numerelor naturale
$\mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$ - mulțimea numerelor naturale nenule

## Aplicații

### Nivel 1

**1.** Fie mulțimea $\boldsymbol{M} = \{\mathbf{11, 12, 13}, \ldots, \mathbf{21}\}$. Cardinalul mulțimii *M* este egal cu ... .

**2.** Numărul de submulțimi al mulțimii $\{\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}\}$ este egal cu ... .

**3.** Determinați elementele *x* și *y* pentru care $\boldsymbol{E} = \boldsymbol{F}$, unde $E = \{1, x, 4\}$ și $F = \{y, 3, 1\}$.

### Nivel 2

**1.** Care este cardinalul mulțimii: $\boldsymbol{C} = \{\boldsymbol{x} \in \mathbb{N} \mid \mathbf{4} \leq \boldsymbol{x}^{\mathbf{2}} < \mathbf{70}\}$?

**2.** Fie mulțimea $\boldsymbol{M} = \{\boldsymbol{x} \in \mathbb{N}^* \mid \mathbf{3}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{a} < \mathbf{14},\ \boldsymbol{a} \in \mathbb{N}\}$. Determinați *a*, număr natural, astfel încât *card M = 1*.

**3.** Suma elementelor mulțimii $\{\boldsymbol{x} \in \mathbb{N} \mid \mathbf{1} \leq \mathbf{2}\boldsymbol{x} + \mathbf{1} < \mathbf{27}\}$ este ... .

### Nivel 3

**1.** Se dă mulțimea $\boldsymbol{A} = \{\mathbf{1},\ \mathbf{2},\ \mathbf{3},\ \mathbf{4}, \ldots,\ \mathbf{2014}\}$. Care este numărul submulțimilor formate din două elemente cu suma egală cu 2015?

**2.** Se consideră mulțimile:

$$\boldsymbol{A} = \{\mathbf{3}\boldsymbol{x} - \mathbf{2},\ \boldsymbol{x} + \mathbf{5},\ \mathbf{5}\boldsymbol{x} + \mathbf{4}\} \text{ și } \boldsymbol{B} = \{\mathbf{3}\boldsymbol{x} - \mathbf{1},\ \boldsymbol{x} + \mathbf{4},\ \mathbf{10}\boldsymbol{x} - \mathbf{11}\}.$$

Determinați numărul natural *x*, $x \geq 2$, pentru care $A = B$.

**3.** Determinați cardinalul mulțimii $A = \{\overline{xyz} \mid \overline{xyz} : \overline{yz} = \overline{xy},\ rest\ z,\ x \neq 0,\ y \neq 0\}$