

Teorema celor trei perpendiculare

Tipul lecției: Lecție de însușire de noi cunoștințe

Competențe generale și specifice:

CG 1. Identificarea unor date, mărimi și relații matematice, în contextul în care acestea apar

CS 1.4. Identificarea unor figuri plane sau a unor elemente caracteristice acestora în configurații spațiale date

CG 2 Prelucrarea unor date matematice de tip cantitativ, calitativ, structural, cuprinse în diverse surse informaționale

CS 2.4. Reprezentarea, prin desen sau prin modele, a unor configurații spațiale date

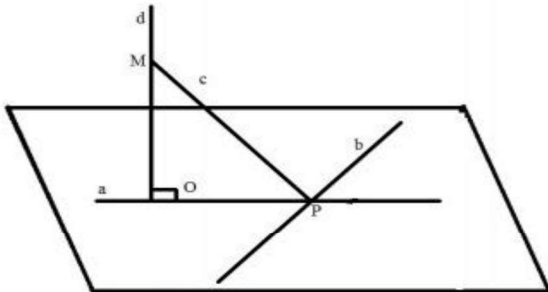
CG 3 CG 3. Utilizarea conceptelor și a algoritmilor specifici în diverse contexte matematice

CS 3.4. Folosirea unor proprietăți de paralelism sau perpendicularitate pentru analiza pozițiilor relative ale dreptelor și planelor

Rețineți!

Teoremă:

Dacă o dreaptă d este perpendiculară pe un plan α și prin piciorul ei trece o dreaptă a , conținută în plan, care este perpendiculară pe o altă dreaptă b conținută în plan, atunci o dreaptă c care unește orice punct M al dreptei d cu intersecția P a celor două drepte a și b , este perpendiculară pe cea de-a treia latură.



$$d \perp \alpha, d \cap \alpha = \{O\}$$

$$a \subset \alpha, O \in a$$

$$a \perp b, b \subset \alpha, a \cap b = \{P\}$$

$$M \in d$$

$$\Rightarrow MP \perp b$$

Observatie:

Pentru calculul distanței de la un punct la o dreaptă este indicat să se aplice teorema celor trei perpendiculare.



Aplicații



Nivel 1

Pe planul triunghiului echilateral ABC , de latură $AB = 24$ cm, se ridică perpendiculara NA , cu $NA = 12$ cm. Distanța de la punctul N la latura BC este egală cu ... cm.



Nivel 2

Pe planul pătratului $ABCD$ de latură 16 cm se ridică perpendiculara AM , cu $AM = 12$ cm. Distanța de la M la BC este egală cu ... cm.



Nivel 3

Fie $ABCD A'B'C'D'$ un cub de latură 6 cm, iar E este mijlocul muchiei CC' . Distanța de la A la $D'E$ este egală cu ... cm.

Reciproke ale teoremei celor trei perpendiculare

Tipul lecției: Lecție de însușire de noi cunoștințe

Competențe generale și specifice:

CG 1. Identificarea unor date, mărimi și relații matematice, în contextul în care acestea apar

CS 1.4. Identificarea unor figuri plane sau a unor elemente caracteristice acestora în configurații spațiale date

CG 2 Prelucrarea unor date matematice de tip cantitativ, calitativ, structural, cuprinse în diverse surse informaționale

CS 2.4. Reprezentarea, prin desen sau prin modele, a unor configurații spațiale date

CG 3 CG 3. Utilizarea conceptelor și a algoritmilor specifici în diverse contexte matematice

CS 3.4. Folosirea unor proprietăți de paralelism sau perpendicularitate pentru analiza pozițiilor relative ale dreptelor și planelor

Rețineți!

Prima reciprocă a teoremei celor trei perpendiculare

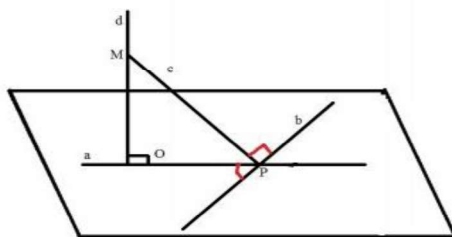
$$d \perp \alpha, d \cap \alpha = \{O\}$$

$$a \subset \alpha, O \in a$$

$$b \subset \alpha, a \cap b = \{P\}$$

$$M \in d, MP \perp B$$

$$\Rightarrow a \perp b$$



A doua reciprocă a teoremei celor trei perpendiculare

$$d \perp a, d \cap a = \{O\}, a \subset \alpha$$

$$a \perp b, b \subset \alpha, a \cap b = \{P\}$$

$$M \in d, MP \perp B$$

$$\Rightarrow d \perp \alpha$$

Observație:

Pentru calculul distanței de la un punct la un plan este indicat să se aplice a doua reciprocă a teoremei celor trei perpendiculare.



Aplicații



Nivel 1

Pe planul triunghiului isoscel ABC , $AB = AC = 20 \text{ cm}$ și $BC = 32 \text{ cm}$, se ridică perpendiculara AP , cu $AP = 12\sqrt{3} \text{ cm}$. Distanța de la punctul A la punctul (PBC) este egală cu ... cm.



Nivel 2

Fie piramida patrulateră regulată $VABCD$ cu $AB = 40 \text{ cm}$ și înălțimea $VO = 15 \text{ cm}$. Distanța de la O , centrul bazei, la fața (VBC) este egală cu ... cm.



Nivel 3

Într-un paralelipiped dreptunghic $ABCD A'B'C'D'$ se știe că $AB = 6\sqrt{2} \text{ cm}$, $BC = CC' = 6 \text{ cm}$, iar M este mijlocul lui $D'C'$. Distanța de la punctul D la planul (ACM) este egală cu ... cm.