

Metode de descompunere în factori: factor comun

Tipul lecției: Lecție de însușire de noi cunoștințe

Competențe generale și specifice:

CG 3. Utilizarea conceptelor și a algoritmilor specifici în diverse contexte matematice

CS 3.2. Utilizarea formulelor de calcul prescurtat și a unor algoritmi pentru rezolvarea ecuațiilor și a inecuațiilor

CG 5. Analizarea caracteristicilor matematice ale unei situații date

CS 5.2. Interpretarea unei situații date utilizând calcul algebric

Rețineți!

Transformarea unei expresii algebrice prin descompunerea în factori este foarte utilă în vederea simplificării fracțiilor algebrice, cât și pentru studiul și rezolvarea ecuațiilor de grad superior.

A descompune în factori o expresie algebrică înseamnă a o înlocui printr-un produs de factori ireductibili atunci când este posibil.



Cel mai simplu caz este „scoaterea factorului comun”.

$$ab + ac = a(b + c)$$

$$ab - ac = a(b - c)$$

Exemplu:

$$6a - 8b + 10c = 2(3a - 4b + 5c)$$

$$3a^2 - 9ab^2 + 27ab = 3a(a - 3b^2 + 9b)$$

În unele expresii este posibilă scoaterea factorului comun parțial (pe grupe), transformare care poate conduce eventual la o descompunere în factori a întregii expresii.

Exemplu:

$$7ac + 12bd + 6bc + 14ad = (7ac + 14ad) + (12bd + 6bc) = 7a(c + 2d) + 6b(2d + c) = (7a + 6b)(c + 2d)$$

Aplicații



Nivel 1

1. În expresia $6xy + 3x^2y + 7x^3$ factorul comun este
2. Dând factor comun în expresia $7a^2b - 14ab^2 + 21a^2b^2$ obținem
3. Scoateți factorul comun din expresia $a^2(a + x) + x^2(a + x)$.



Nivel 2

1. Descompunând în factori expresia $5x(x + 2) - (x + 2)^2$ obținem
2. Descompunând în factori expresia $2b(x - 1) + x - 1$ se obține
3. Scoateți factorul comun din expresia $\sqrt{32}x^2y^2 - \sqrt{50}x^3y^2 + \sqrt{72}x^2y^3 - \sqrt{200}x^3y^3$.



Nivel 3

1. Descompuneți în factori expresia $21a^n - 14a^{n+1} + 28a^{n+2} - 42a^{n+3}$, $n \in \mathbb{N}^*$.
2. Este numărul $a = (17x + 6)(18x + 13)^{25} + (x + 7)(18x + 13)^{25}$ pătrat perfect?
3. Suma numerelor raționale a și b din expresia $3a + a\sqrt{5} + 2b\sqrt{5} + b = 13\sqrt{5} + 14$ este

Metode de descompunere în factori: formule de calcul prescurtat

Tipul lecției: Lecție de însușire de noi cunoștințe

Competențe generale și specifice:

CG 3. Utilizarea conceptelor și a algoritmilor specifici în diverse contexte matematice

CS 3.2. Utilizarea formulelor de calcul prescurtat și a unor algoritmi pentru rezolvarea ecuațiilor și a inecuațiilor

CG 5. Analizarea caracteristicilor matematice ale unei situații date

CS 5.2. Interpretarea unei situații date utilizând calculul algebric

Folosind proprietatea de simetrie a egalității, putem scrie:

- cum $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, atunci $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$;
- cum $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$, atunci $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$;
- cum $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$, atunci $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$.

restrângere ca pătratul unei sume

restrângere ca pătratul unei diferențe

diferență de două pătrate



Exemple:

- $16a^2 + 8a + 1 = (4a)^2 + 2 \cdot 4a \cdot 1 + 1^2 = (4a + 1)^2$
- $9a^2 - 30ab^2 + 25b^4 = (3a)^2 - 2 \cdot 3a \cdot 5b^2 + (5b^2)^2 = (3a - 5b^2)^2$
- $25a^2 - 36b^2 = (5a)^2 - (6b)^2 = (5a + 6b)(5a - 6b)$



Nivel 1

1. Descompunând în factori $x^2 - 16$ obținem
2. Descompunând în factori $x^2 + 4x + 4$ obținem
3. Descompunând în factori $x^2 - 10x + 25$ obținem



Nivel 2

1. Descompunând în factori $(3x - 4)^2 - 9x^2$ obținem
2. Descompunând în factori $64x^2 - 16x + 1$ obținem
3. Descompunând în factori $2x^2 + 2\sqrt{6}x + 3$ obținem



Nivel 3

1. Determinați numerele x, y și z pentru care
$$\sqrt{x^2 + 2x + 5} + \sqrt{y^2 - 6y + 13} + \sqrt{4z^2 - 4z + 5} = 6.$$
2. Fie $x, y \in \mathbb{R}$, $x + y = 5\sqrt{2}$. Valoarea numărului $n = x^2 + y^2 - 2xy + 2(2xy + 5) + 7$ este
3. Fie x, y, z trei numere reale astfel încât $x^2 - (y - z)^2 = 1000$ și $2z - 2z - 2y = -20$. Rezultatul calculului $x - y + z$ este

Alte metode de descompunere în factori

Tipul lecției: Lecție de însușire de noi cunoștințe

Competențe generale și specifice:

CG 3. Utilizarea conceptelor și a algoritmilor specifici în diverse contexte matematice

CS 3.2. Utilizarea formulelor de calcul prescurtat și a unor algoritmi pentru rezolvarea ecuațiilor și a inecuațiilor

CG 5. Analizarea caracteristicilor matematice ale unei situații date

CS 5.2. Interpretarea unei situații date utilizând calcul algebric

GRUPAREA TERMENILOR

Această metodă constă în gruparea cât mai convenabilă a termenilor unei expresii algebrice pentru a folosi metodele studiate anterior.

- $x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$
- $x^2 - (a + b)x + ab = (x - a)(x - b)$

Exemplu:

$$\begin{aligned}x^2 + 5x + 4 &= x^2 + x + 4x + 4 = x(x + 1) + 4(x + 1) \\ &= (x + 1)(x + 4)\end{aligned}$$

METODE COMBINATE

Această metodă folosește în descompunerea expresiilor algebrice mai multe metode studiate anterior.

Exemplu:

$$\begin{aligned}(x^2 - 6x + 9) - (y^2 - 4y + 4) \\ &= (x - 3)^2 - (y - 2)^2 \\ &= (x - 3 + y - 2)(x - 3 - y + 2) \\ &= (x + y - 5)(x - y - 1)\end{aligned}$$





Nivel 1

1. Descompunând în factori $x^3 + x^2 - 4x - 4$ obținem
2. Descompunând în factori $x^2 + 3x + 2$ obținem
3. Descompunând în factori $x^2 - 15x + 56$ obținem



Nivel 2

1. Valoarea maximă a expresiei $-x^2 - 2x + 5$ este
2. Valorile numerelor reale a și b , pentru care $(x + 5)^2 - 4 = (x + a)(x + b)$, sunt elemente ale mulțimii
3. Descompunerea în factori ireductibili a expresiei $(2x + 1)^2 - 4(x + 3)^2$ este



Nivel 3

1. Dacă $a \in \mathbb{N}$, numărul $A = (a^2 + 2a + 1)(a^2 + 2a + 5) + 4$, scris sub formă de pătrat perfect este
2. Descompunerea în factori ireductibili a expresiei $x^4 + 81$ este
3. Descompunerea în factori ireductibili a expresiei $x^3 - 6x^2 + 11x - 6$ este