Triunghiuri asemenea.
Teorema fundamentală a asemănării

Tipul lecției: Lecție de consolidare a cunoştinţelor

Competențe generale și specifice:
CG 1. Identificarea unor date, mărimi și relații matematice, în contextul în care acestea apar
CS 1.6. Identificarea triunghiurilor asemenea în configurații geometrice date
CG 2. Prelucrarea unor date matematice de tip cantitativ, calitativ, structural, cuprinse în diverse surse informaționale
CS 2.6. Stabilirea relaţiei de asemănare între triunghiuri
CG 3. Utilizarea conceptelor și a algoritmilor specifici în diverse contexte matematice
CS 3.6. Utilizarea asemănării triunghiurilor în configurații geometrice date pentru determinarea de lungimi, măsuri și arii
CG 4. Exprimarea în limbajul specific matematicii a informațiilor, concluziilor și demersurilor de rezolvare pentru o situație dată
CS 4.6. Exprimarea în limbaj matematic a proprietăţilor unor figuri geometrice folosind asemănarea

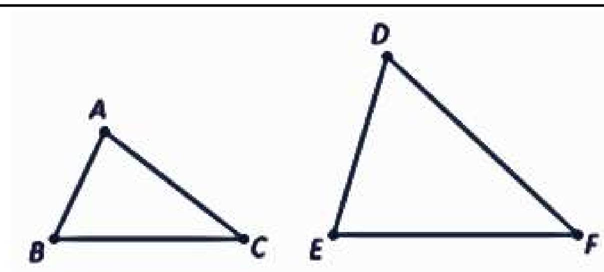
Reţineţi!

Definiţie: Triunghiurile *ABC* și *DEF* se numesc **triunghiuri asemenea** dacă:

$$\hat{A} \equiv \hat{D}, \quad \hat{B} \equiv \hat{E}, \quad \hat{C} \equiv \hat{F}$$
$$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF} = k$$

raport de asemănare

Notație: $\Delta ABC \sim \Delta DEF$



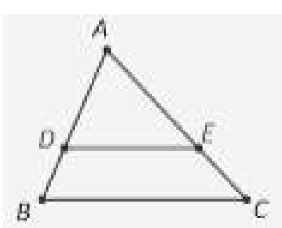
Teoremă: Raportul ariilor a două triunghiuri asemenea este egal cu pătratul raportului de asemănare.

$$\left.\begin{array}{c} \Delta ABC \sim \Delta DEF \\ \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF} = k \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{A_{\Delta ABC}}{A_{\Delta DEF}} = k^2$$

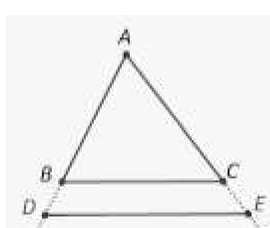
Teorema fundamentală a asemănării:

O paralelă construită la una dintre laturile unui triunghi formează cu celelalte două laturi ale triunghiului (sau cu prelungirile lor) un triunghi asemenea cu triunghiul dat.

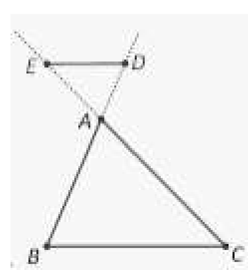
$$DE \parallel BC \Rightarrow \Delta ADE \sim \Delta ABC$$



Caz I.



Caz II.



Caz III.

Aplicații

Nivel 1

Triunghiul echilateral *MNP* are latura *NP* de lungime 12 cm. Pe latura *MN* se ia punctul *A* astfel încât *AM* = 4 cm, iar prin *A* se duce o paralelă la latura *NP* care taie latura *MP* în punctul *B*. Perimetrul patrulaterului *ABPN* este egal cu ... cm.

Nivel 2

În patrulaterul *ABCD,* cu *BC* = 12 cm, *AD* = 2*AB*, se duce bisectoarea *AE* a unghiului *BAD,* $E \in (BD)$. Prin *E* se duce paralela *EF* cu *BC,* $F \in (DC)$. Lungimea segmentului *EF* este de ... cm.

Nivel 3

Prin mijlocul *M* al laturii $[AD]$ a paralelogramului *ABCD* se duce o paralelă la diagonala $[BD]$, care intersectează prelungirile *BC* și *DC* în *N* și, respectiv, *P*. Știind că diagonala *BD* = 24 cm, lungimea segmentului *NP* este ... cm.