

Descompunerea numerelor naturale în produs de puteri de numere prime

Tipul lecției: Lecție de fixare și consolidare a cunoștințelor

Competențe generale și specifice:

CG. 1. Identificarea unor date, mărimi și relații matematice, în contextul în care acestea apar

CS. 1.1. Identificarea unor noțiuni specifice mulțimilor și relației de divizibilitate în \mathbb{N}

CG. 2. Prelucrarea unor date matematice de tip cantitativ, calitativ, structural, cuprinse în diverse surse informaționale

CS. 2.1. Evidențierea în exemple a relațiilor de apartenență, de incluziune, de egalitate și a criteriilor de divizibilitate cu 2, 5, 10^n , 3 și 9 în \mathbb{N}

Rețineți!



Orice număr natural a diferit de 1 are cel puțin divizorii 1 și a .

Un număr natural mai mare decât 1, care are exact doi divizori (pe 1 și pe el însuși), se numește **număr prim**.



Dacă mai are și alți divizori se numește **număr compus**.

Orice număr natural compus poate fi scris ca un **produs** de puteri de numere naturale **prime**. Această scriere este **unică** și se numește **descompunerea în factori primi** a numărului compus respectiv.

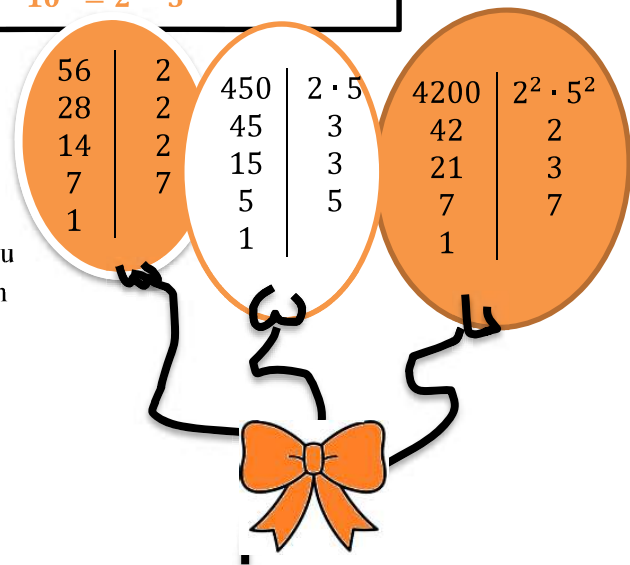
Pentru descompunerea în produs de puteri de numere prime a unui număr natural care se termină în „0”, utilizăm descompunerile:

$$10^n = 2^n \cdot 5^n$$

Exemple: $56 = 2^3 \cdot 7$ $4200 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7$
 $450 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$

Numărul divizorilor naturali ai unui număr natural compus este egal cu produsul succesorilor exponenților puterilor ce apar în descompunerea în produs de puteri de numere prime. Dacă $n = p_1^{\alpha_1} \cdot p_2^{\alpha_2} \cdot \dots \cdot p_k^{\alpha_k}$ atunci, numărul divizorilor naturali ai numărului natural n este

$$(\alpha_1 + 1) \cdot (\alpha_2 + 1) \cdot \dots \cdot (\alpha_k + 1)$$



Aplicații



Nivel 1

1. Descompunerea în factori primi a numărului **1260** este
2. Descompunerea în factori primi a câtului $x : y$, unde $x = 288$ și $y = 18$ este
3. Câți divizori are numărul **98**?



Nivel 2

1. Produsul a trei numere naturale consecutive este egal cu **15.600**. Cel mai mare dintre numere este
2. Fără a efectua înmulțirea, aflați în câte zerouri se termină numărul **5625 · 1728**?
3. Care este cel mai mic număr de trei cifre care are exact trei divizori?



Nivel 3

1. Determinați cel mai mic număr natural a cărui descompunere în factori este de forma:
 $a^b \cdot b^c \cdot c^a$, unde $a \neq b \neq c$.
2. Determinați numărul natural \overline{abc} , $a \neq 0$, $b \neq 0$, cu proprietatea că:
$$\overline{abc} = 1 + 2 + 3 + \dots + \overline{bc}.$$
3. Dacă \overline{ab} este un număr prim, calculați numărul divizorilor numărului natural \overline{ababab} .