

# Proporții. Șir de rapoarte egale.

Tipul lecției: Lecție de însușire de noi cunoștințe

Competențe generale și specifice:

CG. 1. Identificarea unor date, mărimi și relații matematice, în contextul în care acestea apar

CS. 1.2. Identificarea rapoartelor, proporțiilor și a mărimilor direct sau invers proporționale

CG. 2. Prelucrarea unor date matematice de tip cantitativ, calitativ, structural, cuprinse în diverse surse informaționale

CS. 2.2. Prelucrarea cantitativă a unor date utilizând rapoarte și proporții pentru organizarea de date

CG 3. Utilizarea conceptelor și a algoritmilor specifici în diverse contexte matematice

CS 3.2. Aplicarea unor metode specifice de rezolvare a problemelor în care intervin rapoarte, proporții și mărimi direct/invers proporționale

## Rețineți!

**Definiție:** Egalitatea a două rapoarte se numește **proporție**.

Data fiind proporția  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ,  $b, d \neq 0$ ,  $a, b, c, d$  sunt termenii proporției,  $a$  și  $d$  sunt **extremii**, iar  $b$  și  $c$  sunt **mezii** proporției.

**Proprietatea fundamentală a proporțiilor:**

Într-o proporție, produsul extremilor este egal cu produsul mezilor.  $\longrightarrow$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow a \cdot d = b \cdot c$$

**Aflarea unui termen necunoscut al unei proporții:**

$$\frac{x}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow x = \frac{b \cdot c}{d}$$

$$\frac{a}{x} = \frac{c}{d} \Rightarrow x = \frac{a \cdot d}{c}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{x}{d} \Rightarrow x = \frac{a \cdot d}{b}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{x} \Rightarrow x = \frac{b \cdot c}{a}$$

**Proporții derivate.** Fie proporția  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

**Cu aceiași termeni.**

$$\frac{a}{c} = \frac{b}{d} \text{ (schimbarea mezilor între ei)}$$

$$\frac{d}{b} = \frac{c}{a} \text{ (schimbarea extremilor între ei)}$$

$$\frac{b}{a} = \frac{d}{c} \text{ (inversarea fiecărui raport)}$$

**Cu termeni schimbați.**

$$\frac{a}{b} = \frac{a+c}{b+d}; \quad \frac{a}{b} = \frac{a-c}{b-d}$$

$$\frac{a}{a+b} = \frac{c}{c+d}$$

$$\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$$



Într-un șir de rapoarte egale, fiecare raport este egal cu raportul dintre suma numărătorilor și suma numitorilor:

$$\frac{x_1}{a_1} = \frac{x_2}{a_2} = \frac{x_3}{a_3} = \dots = \frac{x_n}{a_n} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}$$

## Aplicații



### Nivel 1

1. Temenul necunoscut din proporția  $\frac{11}{5} = \frac{x}{10}$  este egal cu ... .
2. Se știe că  $\frac{x}{y} = \frac{2}{7}$ . Valoarea raportului  $\frac{x+y}{y}$  este ... .
3. Dacă  $\frac{x}{y} = \frac{z}{t}$ , atunci  $11 - \frac{xt}{yz}$  este egal cu ... .



### Nivel 2

1. Știind că  $\frac{x}{y} = \frac{2}{3}$ , atunci valoarea raportului  $\frac{6x+y}{x+3y}$  este ... .
2. Dacă  $\frac{5a+3b}{3a-b} = 5^2$ , atunci  $\frac{a}{b}$  este egal cu ... .
3. Dacă  $\frac{x}{3} = \frac{y}{7} = \frac{z}{11}$  și  $x + 2y + 3z = 200$ , atunci  $x$  este ... .



### Nivel 3

1. Știind că  $\frac{5a+4b}{5a+7b} = \frac{2}{3}$ , raportul  $\frac{b^2-a^2}{2a^2-3ab+b^2}$  are valoarea ... .
2. Știind că  $\frac{2a}{3} = \frac{3b}{5} = \frac{5c}{4}$  și că  $a + b + c = 119$ , atunci  $a = \dots$  .
3. Dacă  $\frac{1+2+3+\dots+2004}{2+4+6+\dots+2004} = \frac{2x-1}{x}$ , atunci  $x = \dots$  .