Sisteme de ecuații liniare. Metoda substituției

Tipul lecției: Lecție de consolidare a cunoştinţelor

Competențe generale și specifice:
CG 1. Identificarea unor date, mărimi și relații matematice, în contextul în care acestea apar
CS 1.2. Identificarea unei situații date rezolvabile prin ecuații sau sisteme de ecuații liniare
CG 2. Prelucrarea unor date matematice de tip cantitativ, calitativ, structural, cuprinse în diverse surse informaționale
CS 2.2. Utilizarea regulilor de calcul cu numere reale pentru verificarea soluțiilor unor ecuații sau sisteme de ecuații liniare

Rețineți!

Definiție: Ansamblul a două ecuații liniare cu două necunsocute x și y scris sub forma:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1 = 0 \\ a_2x + b_2y + c_2 = 0 \end{cases}, \text{ unde } a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2 \in \mathbb{R}$$

se numește **sistem de două ecuații cu două necunoscute**.

Definiție: Perechea ordonată (u, v), unde $u, v \in \mathbb{R}$ se numește **soluție** a sistemului dacă $a_1u + b_1v + c_1 = 0$ și $a_2u + b_2v + c_2 = 0$.

Exemplu:

$$\begin{cases} 3x - 2y - 3 = 0 \\ 14x - 3y = -5 \end{cases}$$

REZOLVAREA SISTEMULUI DE ECUAȚII PRIN METODA SUBSTITUȚIEI

Etapele principale ale rezolvării unui sistem prin metoda substituției sunt:

exprimarea uneia dintre necunoscute dintr-o ecuație în funcție de cealaltă necunoscută;	$\begin{cases} 3x - 2y = 3 \\ 14x - 3y = -5 \end{cases} <=> \begin{cases} 3x = 2y + 3 \\ 14x - 3y = -5 \end{cases} <=> \begin{cases} x = \dfrac{2y+3}{3} \\ 14x - 3y = -5 \end{cases}$
substituirea necunoscutei respective în cealaltă ecuație a sistemului, care devine astfel o ecuație cu o singură necunoscută;	$<=> \begin{cases} x = \dfrac{2y+3}{3} \\ 14 \cdot \dfrac{2y+3}{3} - 3y = -5 \end{cases}$
rezolvarea ecuației cu o necunoscută;	$<=> \begin{cases} x = \dfrac{2y+3}{3} \\ 28y + 42 - 9y = -15 \end{cases} <=> \begin{cases} x = \dfrac{2y+3}{3} \\ 19y = -57 \end{cases} <=> \begin{cases} x = \dfrac{2y+3}{3} \\ y = -3 \end{cases}$
aflarea celeilalte necunoscute și determinarea mulțimii soluțiilor sistemului.	$\begin{cases} x = \dfrac{2 \cdot (-3) + 3}{3} \\ y = -3 \end{cases} <=> \begin{cases} x = -1 \\ y = -3 \end{cases}$

Aplicații

Nivel 1

1. Soluția sistemului $\begin{cases} 3x-2y=8 \\ x-6y=8 \end{cases}$ este ... .

2. Rezolvând sistemul $\begin{cases} x+y=10 \\ 2x-y=8 \end{cases}$ obținem soluția ... .

3. Rezolvând sistemul $\begin{cases} 2x+y=0 \\ x-3y=7 \end{cases}$ obținem soluția ... .

Nivel 2

1. Soluția sistemului $\begin{cases} 2(x+y)-3y=-11 \\ -4x+3(x+y)=18 \end{cases}$ este ... .

2. Soluția sistemului $\begin{cases} \frac{2x+y}{3}-y=-2\frac{2}{3} \\ \frac{3x-y}{2}+2y=0 \end{cases}$ este ... .

3. Rezolvând sistemul $\begin{cases} (x+2)(y-3)=(x-3)(y+2)+30 \\ x(2x-y+1)=2x^2-x(y-2)-13 \end{cases}$ obținem soluția ... .

Nivel 3

1. Soluția sistemului $\begin{cases} (\sqrt{3}-2)x+(\sqrt{3}+2)y=2\sqrt{3} \\ \frac{x}{\sqrt{3}-2}+\frac{y}{\sqrt{3}+2}=-2\sqrt{3} \end{cases}$ este ... .

2. Soluția sistemului $\begin{cases} \frac{2}{x+2y}+\frac{15}{4x-y}=2 \\ \frac{6}{x+2y}+\frac{5}{4x-y}=-2 \end{cases}$ este ... .

3. Soluția sistemului $\begin{cases} \frac{2}{x+y-3}+\frac{7}{x-y+1}=-\frac{7}{3} \\ \frac{5}{x+y-3}+\frac{6}{x-y+1}=-\frac{13}{3} \end{cases}$ este ... .